

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

---

---

УДК 539.2: 534.833

*Д. В. Артамонов, М. А. Литвинов, А. Н. Литвинов*

## ДИНАМИКА КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗДЕЛИЙ В ВИДЕ СЛОИСТЫХ ПАНЕЛЕЙ

*Аннотация.* Рассмотрены конструктивные элементы в виде панелей различной геометрии, на внутренней и внешней поверхностях которых расположены многослойные покрытия, состоящие из слоев различной жесткости. Предложенная математическая модель позволяет исследовать эффективность применения таких вибродемпфирующих покрытий и места их расположения для повышения виброустойчивости конструктивных элементов.

*Ключевые слова:* динамика, слоистая панель, конструктивный элемент, покрытие, вибродемпфирование.

*D. V. Artamonov, M. A. Litvinov, A. N. Litvinov*

## DYNAMICS OF STRUCTURAL COMPONENTS IN THE FORM OF MULTILAYER PANELS

*Abstract.* The article considers structural components in the form of panels of various geometry with multilayer coatings composed of various rigidity layers on panels' interior and exterior surfaces. The offered mathematical model allows to analyze operational effectiveness and position of these vibrodamping coatings in order to raise vibration resistance of structural components.

*Key words:* dynamics, multilayer panel, structural component, coating, vibrodamping.

### Введение

Панели являются частью замкнутых оболочек вращения и в зависимости от геометрии срединной поверхности оболочки могут быть цилиндрическими, коническими, сферическими и т.п. Они широко применяются в качестве несущих конструкций в авиационных, ракетно-космических и в специзделиях военного назначения, на которых крепятся блоки телеметрической, радиоэлектронной и иной аппаратуры, работающей в сложных условиях внешних динамических воздействий. Виброустойчивость панелей и аппаратуры, установленной на них, существенным образом определяет работоспособность и надежность изделий в целом в сложных условиях их эксплуатации [1, 2].

Для повышения виброустойчивости на внешних и внутренних поверхностях несущих панелей размещают многослойные покрытия из чередующихся мягких и жестких слоев, обеспечивающие эффективное демпфирование в широком частотном диапазоне [3, 4]. Таким образом, разработка мате-

математических моделей для анализа напряженно-деформированного состояния слоистых панелей и исследование их виброустойчивости является актуальной проблемой, решение которой позволяет на этапе проектирования выбрать оптимальные параметры слоев покрытий и места их расположения для обеспечения требуемого уровня виброустойчивости конструкции.

### 1. Основные уравнения динамики многослойных панелей

В реальных конструкциях часто используются незамкнутые многослойные оболочки, которые называют панелями. На рис. 1, 2 показаны цилиндрические, сферические и конические панели, на поверхностях которых в самом общем случае расположены многослойные вибродемпфирующие покрытия, имеющие толщины  $H_j$ . Индекс  $j = -1$  соответствует внутреннему, а  $j = +1$  – внешнему покрытиям (в дальнейшем единицу в индексе  $j$  будем опускать, оставляя только знаки + или –).

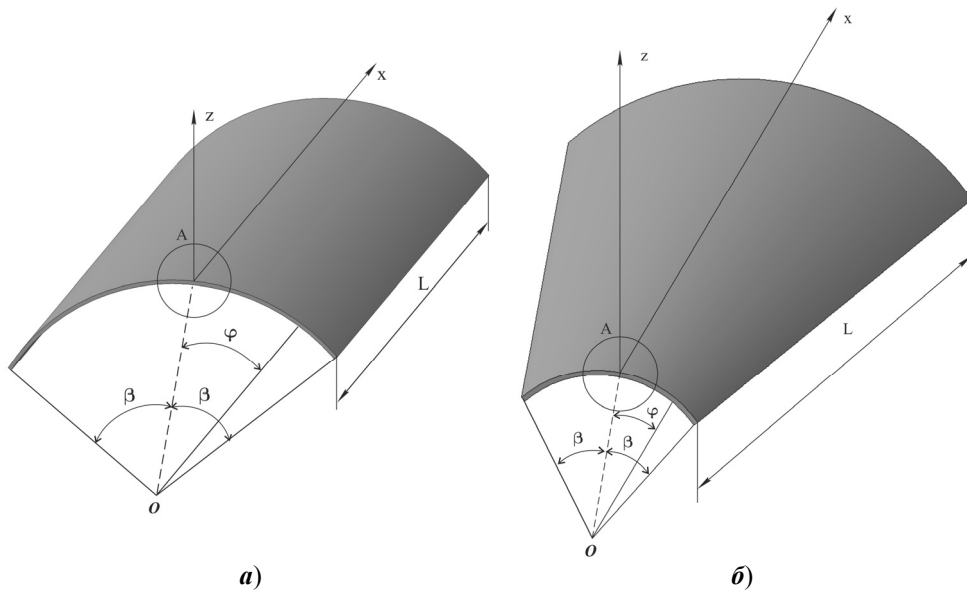


Рис. 1. Панели: *a* – цилиндрическая; *б* – коническая

Каждое покрытие состоит из чередующихся мягких и жестких слоев по классификации, приведенной в [3]. Для жестких слоев приняты гипотезы Кирхгофа – Лява, а мягкие слои работают на сдвиг и являются вязкоупругими, т.е. обеспечивают демпфирование колебаний за счет развитых деформаций сдвига. Диссипативные свойства мягких слоев характеризуются комплексными модулями для их материалов  $G_k^* = G_k (1 + i\eta_k)$ . Здесь  $G_k$  – динамический модуль сдвига, а  $\eta_k$  – тангенс потерь, которые зависят от температурно-частотного диапазона, в котором эксплуатируется конструкция [3]. Трансверсальную податливость мягких слоев не учитываем, считая, что их обжатие в направлении оси  $x_3$  (см. рис. 1) отсутствует, а перемещения в направлении этой оси для всех жестких слоев являются одинаковыми, т.е.  $u_3^{(k)} = w$ . Свойства жестких слоев характеризуются модулем упругости  $E_k$  и коэффициентом Пуассона  $\mu$ .

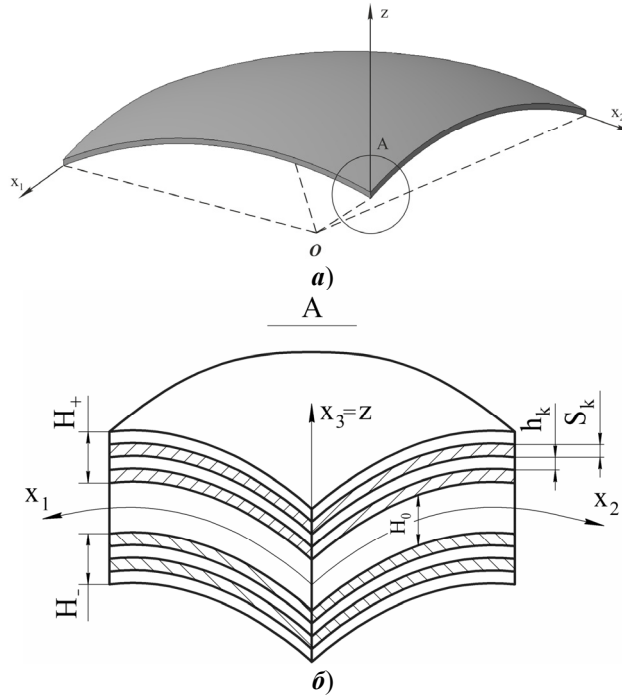


Рис. 2. Сферическая панель (а); фрагмент слоистой структуры панели (б)

Сохраняя все обозначения, принятые в работе авторов [5], получим  $[2(n_+ + n_-) + 1]$  уравнений колебаний панелей с многослойными покрытиями, содержащими  $n_+$  и  $n_-$  жестких слоев во внешнем и внутреннем покрытии соответственно:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{H_1^{(k)} H_2^{(k)}} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1^{(k)}} \left( N_{11}^{(k)} H_2^{(k)} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2^{(k)}} \left( N_{12}^{(k)} H_1^{(k)} \right) + \frac{\partial H_1^{(k)}}{\partial x_2^{(k)}} N_{21}^{(k)} - \frac{\partial H_2^{(k)}}{\partial x_1^{(k)}} N_{22}^{(k)} \right] - \\ & - K_1^{(k)} Q_1^{(k)} - t_k' \frac{H_1^{(k)}}{s_k H_1^{[k]}} Q_1^{[k]} + t_k'' \frac{H_1^{(k)}}{s_{k-1} H_1^{[k-1]}} Q_1^{[k-1]} - \\ & - 2K_1^{(k)} H_1^{(k)} \left( t_k' \frac{c_k' Q_1^{[k]}}{s_k H_1^{[k]}} + t_k'' \frac{c_{k-1}'' Q_1^{[k-1]}}{s_{k-1} H_1^{[k-1]}} \right) - \rho_k h^{(k)} \frac{\partial^2 u_1^{(k)}}{\partial t^2} - \\ & - \frac{1}{4} \left[ \rho_{[k]} s_k t_k' \left( \frac{\partial^2 u_1^{(k+1)}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_1^{(k)}}{\partial t^2} \right) + \rho_{[k-1]} s_{k-1} t_k'' \left( \frac{\partial^2 u_1^{(k)}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_1^{(k-1)}}{\partial t^2} \right) \right] = 0; \\ & \frac{1}{H_1^{(k)} H_2^{(k)}} \left[ \frac{\partial}{\partial x_2^{(k)}} \left( N_{22}^{(k)} H_1^{(k)} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1^{(k)}} \left( N_{21}^{(k)} H_2^{(k)} \right) + \frac{\partial H_2^{(k)}}{\partial x_1^{(k)}} N_{12}^{(k)} - \frac{\partial H_1^{(k)}}{\partial x_2^{(k)}} N_{11}^{(k)} \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -K_2^{(k)} Q_2^{(k)} - t'_k \frac{H_2^{(k)}}{s_k H_2^{[k]}} Q_2^{[k]} + t''_k \frac{H_2^{(k)}}{s_{k-1} H_2^{[k-1]}} Q_2^{[k-1]} - \\
& -2K_2^{(k)} H_2^{(k)} \left( t'_k \frac{c'_k Q_2^{[k]}}{s_k H_2^{[k]}} + t''_k \frac{c''_{k-1} Q_2^{[k-1]}}{s_{k-1} H_2^{[k-1]}} \right) - \rho_k h^{(k)} \frac{\partial^2 u_2^{(k)}}{\partial t^2} - \\
& - \frac{1}{4} \left[ \rho_{[k]} s_k t'_k \left( \frac{\partial^2 u_2^{(k+1)}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_2^{(k)}}{\partial t^2} \right) + \rho_{[k-1]} s_{k-1} t''_k \left( \frac{\partial^2 u_2^{(k)}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_2^{(k-1)}}{\partial t^2} \right) \right] = 0 \quad (1)
\end{aligned}$$

(k = 0, j, 2j, ..., jn\_j; j = ±1);

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=-n_-}^{n_+} \left( K_1^{(k)} N_{11}^{(k)} + K_2^{(k)} N_{22}^{(k)} + \frac{1}{H_1^{(k)} H_2^{(k)}} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1^{(k)}} (Q_1^{(k)} H_2^{(k)}) + \frac{\partial}{\partial x_2^{(k)}} (Q_2^{(k)} H_1^{(k)}) \right] - \right. \\
& - \left( t'_k s_k^{-1} N_{[k]} - t''_k s_k^{-1} N_{[k-1]} \right) + \frac{1}{H_1^{(k)} H_2^{(k)}} \frac{\partial}{\partial x_1^{(k)}} \left[ \left( t'_k \frac{c'_k Q_1^{[k]}}{s_k H_1^{[k]}} + \right. \right. \\
& \left. \left. + t''_k \frac{c''_{k-1} Q_1^{[k-1]}}{s_{k-1} H_1^{[k-1]}} \right) H_1^{(k)} H_2^{(k)} \right] + \frac{1}{H_1^{(k)} H_2^{(k)}} \frac{\partial}{\partial x_2^{(k)}} \left[ \left( t'_k \frac{c'_k Q_2^{[k]}}{s_k H_2^{[k]}} + \right. \right. \\
& \left. \left. + t''_k \frac{c''_{k-1} Q_2^{[k-1]}}{s_{k-1} H_2^{[k-1]}} \right) H_1^{(k)} H_2^{(k)} \right] \left. \right] + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q. \quad (2)
\end{aligned}$$

Здесь  $m$  – распределенная масса всей многослойной структуры с учетом несущей панели  $m = \sum_{k=-n_-}^{n_+} (\rho_k h_k + \rho_{[k]} s_k)$ , где  $\rho_k$ ,  $\rho_{[k]}$  – плотность материалов жестких и мягких слоев соответственно;  $q$  – интенсивность внешней нормальной нагрузки по оси  $z$ . Все остальные обозначения соответствуют обозначениям, принятым в [5]. Выражения для перерезывающих усилий в жестких  $Q_\alpha^{(k)}$  и мягких  $Q_\alpha^{[k]}$  слоях, продольные усилия  $N_{\alpha\beta}^{(k)}$  и изгибающие моменты  $M_{\alpha\beta}^{(k)}$ , входящие в уравнения, определяются соответствующими формулами работы [5] при  $\alpha, \beta = 1, 2$ . Компоненты тензора деформаций сдвига в мягких слоях записываются в виде

$$\epsilon_{\alpha 3}^{[k]} = \frac{1}{2} s_k^{-1} \left[ \frac{c}{H_\alpha^{(k)}} \frac{\partial w}{\partial x_\alpha} + \left( u_\alpha^{(k+1)} - u_\alpha^{(k)} \right) - 2K_\alpha^{(k)} \left( c''_k u_\alpha^{(k+1)} + c'_k u_\alpha^{(k)} \right) \right]; \quad \epsilon_{33}^{[k]} = 0, \quad (3)$$

где  $c_k = c'_k + c''_k = s_k + 0,5(h_k + h_{k+1})$  – расстояние между срединными поверхностями двух соседних жестких слоев.

В тех случаях, когда покрытия являются регулярными, необходимо положить  $s_k = s_j$ ;  $h_k = h_j$ ;  $G_k = G_j$ ;  $\eta_k = \eta_j$ ;  $E_k = E_j$ ;  $\mu_k = \mu_j$  для  $k = j, 2j, \dots, jn_j$ .

Если внешнее и внутреннее покрытия являются регулярными и изготовлены из одних и тех же материалов, то во всех уравнениях и расчетных формулах следует положить  $s_k = s$ ;  $h_k = h$ ;  $G_k = G$ ;  $\eta_k = \eta$ ;  $E_k = E$ ;  $\mu_k = \mu$  при  $k = j, 2j, \dots, jn_j$  ( $j = \pm 1$ ). В этом случае уравнения (1) и (2) существенно упрощаются.

Необходимо отметить, что уравнения колебаний (1), (2) учитывают изменения метрики панели при переходе от слоя к слою. Это свидетельствует о том, что уравнения описывают динамические процессы в слоистой структуре при любой толщине покрытий.

В тех случаях, когда покрытия имеют небольшую толщину ( $H_j < H_0$ ), возможны дальнейшие упрощения уравнений, основанные на введении средних радиусов кривизны для каждого из покрытий или для всего пакета (панель с покрытиями), как это вводилось для замкнутых оболочек различной геометрии [3, 5].

## 2. Частные случаи уравнений колебаний слоистых панелей

Для частных случаев панелей с вибродемпфирующими покрытиями (см. рис. 1, 2) в уравнения (1), (2) и соответствующие соотношения для перерезывающих и продольных усилий, изгибающих моментов и деформаций слоев слоистой структуры следует ввести выражения для параметров Ламэ  $H_1, H_2$  и главных кривизн  $K_1, K_2$ . Применительно к рассматриваемым типам панелей значения этих параметров приведены в табл. 1. При этом для конической панели принята система координат, введенная в [5], где  $\alpha$  – угол полураствора полного конуса, соответствующего рассматриваемой конической панели. Для сферической панели под  $\alpha$  понимаем угол широты в сферической системе координат [3].

Таблица 1

Параметры панелей

Тип панели	Постоянные Ламэ		Главные кривизны	
	$H_1^{(k)}$	$H_2^{(k)}$	$K_1^{(k)}$	$K_2^{(k)}$
Цилиндрическая	1	$R_k$	0	$R_k^{-1}$
Сферическая	$R_k$	$R_k \sin \alpha$	$R_k^{-1}$	$R_k^{-1}$
Коническая	1	$x \sin \alpha + 0,5(h_k + h_{k+1})$	0	$R_k^{-1}$

При решении задач по моделированию динамики многослойных панелей необходимо поставить граничные условия для жестких слоев на кромках панелей в принятой системе координат. Например, для цилиндрической (см.

рис. 1,а) и конической (см. рис. 1,б) необходимо удовлетворить граничным условиям при  $x=0$ ;  $L$  и  $\varphi = \pm\beta$ , аналогично расчетам для многослойных пластин и замкнутых оболочек [3, 6].

Реальные несущие конструкции могут иметь достаточно сложную геометрию и подкрепляться набором ребер жесткости. Кроме того, из конструктивных и технологических соображений покрытие может наноситься не на всю поверхность несущей конструкции, а на ее отдельные части, что существенно усложняет динамический расчет гетерогенной системы. В этом случае особо важное значение приобретают приближенные методы расчета, позволяющие достаточно точно оценивать эффективность применения вибродемпфирующих покрытий в сложных гетерогенных системах. В то же время эти методы должны быть относительно просты для их практического использования в инженерных расчетах. В таких случаях для моделирования динамических процессов в слоистой структуре и исследования эффективности применения слоистых вибродемпфирующих покрытий рекомендуется применять методiku, изложенную в работе [7], основанную на приближенной аппроксимации полей перемещений несущей конструкции в зонах расположения покрытий.

### 3. Численные исследования

В качестве примера рассмотрим цилиндрическую панель с покрытиями, на внешнем контуре которой обеспечиваются граничные условия Навье [3].

Решение уравнений (1) и (2) в перемещениях с учетом выражений для  $K_\alpha$  и  $H_\alpha$  (см. табл. 1), удовлетворяющее граничным условиям, записывается в виде

$$\begin{aligned} u_1^k = v_k &= \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} U_{km_1m_2} \cos\left(\frac{\pi m_1}{L} x\right) \cos\left(\frac{m_2 \varphi}{\beta}\right), \\ u_2^k = v_k &= \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} V_{km_1m_2} \sin\left(\frac{\pi m_1}{L} x\right) \sin\left(\frac{m_2 \varphi}{\beta}\right), \\ u_3^k = w &= \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} W_{m_1m_2} \sin\left(\frac{\pi m_1}{L} x\right) \cos\left(\frac{m_2 \varphi}{\beta}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $U_{km_1m_2}$ ,  $V_{km_1m_2}$ ,  $W_{m_1m_2}$  – амплитуды перемещений, соответствующие форме собственных колебаний, которая характеризуется целыми положительными числами  $m_1$  и  $m_2$ .

Определение поля перемещений и деформаций в слоях покрытий и несущей панели строятся аналогично работе [6]. Эффективность демпфирования панели оценивается относительным рассеянием энергии при свободных колебаниях  $\psi$ .

В качестве примера на рис. 3 показаны зависимости относительного рассеяния энергии  $\bar{\psi} = \psi/2\pi\eta$  от безразмерного параметра сдвига  $g = G(1 - \mu^2)/E$  для мягких слоев покрытия. Результаты расчета приведены

для расположения регулярного покрытия на внешней поверхности панели при  $H = 0,2H_0$ ;  $n = 1$ ;  $s = h$ ;  $L/R_0 = 5$ ;  $e = E(1 - \mu_0^2)/E_0(1 - \mu^2)$ ;  $H_0/R_0 = 10^{-2}$ ;  $\mu = \mu_0 = 0,3$ . Расчет выполнен для формы колебаний, которая характеризуется параметрами  $m_1 = 1$  и  $m_2 = 3$  и соответствует минимальной собственной частоте несущей панели. Тангенс потерь принят равным  $\eta = 0,3$ . Сплошными линиями показаны результаты вычислений для полной замкнутой цилиндрической оболочки, а пунктирными линиями – для панели, окружной размер которой соответствует  $\beta = 45^\circ$  (см. рис. 1).

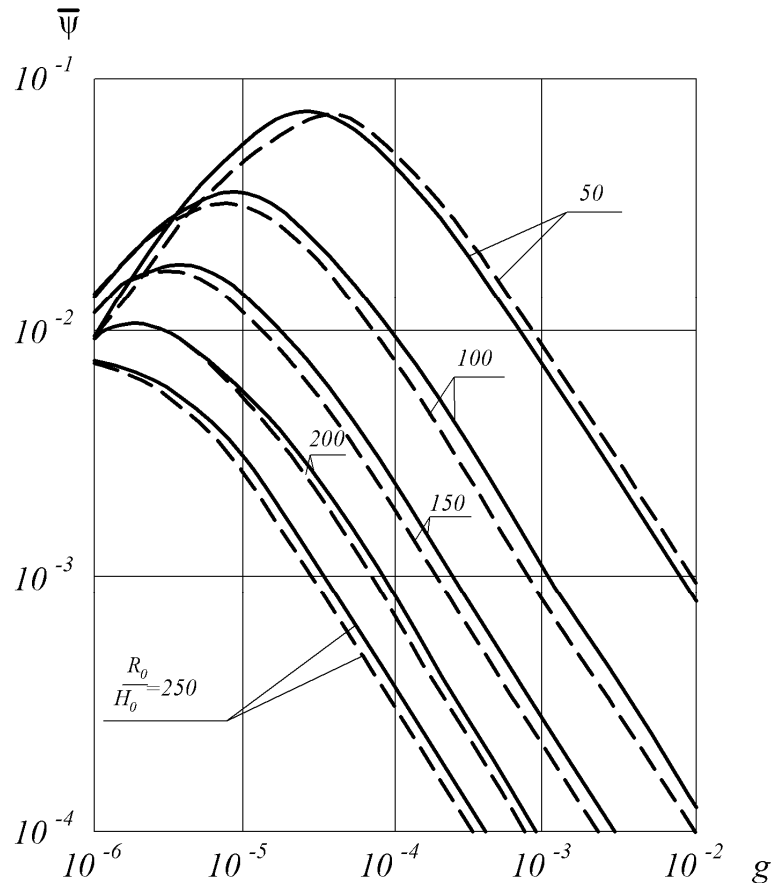


Рис. 3. Влияние кривизны оболочки на эффективность демпфирования

На рис. 4 для этой же панели, которая характеризуется относительной кривизной  $R_0/H_0 = 100$ , представлены зависимости характеристики демпфирования  $\bar{\Psi}$  от коэффициента армирования  $\alpha = h/(h + s)$  при различных значениях параметра сдвига  $g$ .

Из представленных результатов следует, что эффективность демпфирования панели и замкнутой оболочки существенно зависят от параметра сдвига  $g$ , относительной кривизны  $R_0/H_0$  несущей оболочки и коэффициента армирования в покрытии. Увеличение относительной кривизны приводит

к увеличению характеристики демпфирования. Максимальное демпфирование обеспечивается при коэффициенте армирования в покрытии  $\alpha = 0,4 \dots 0,7$ .

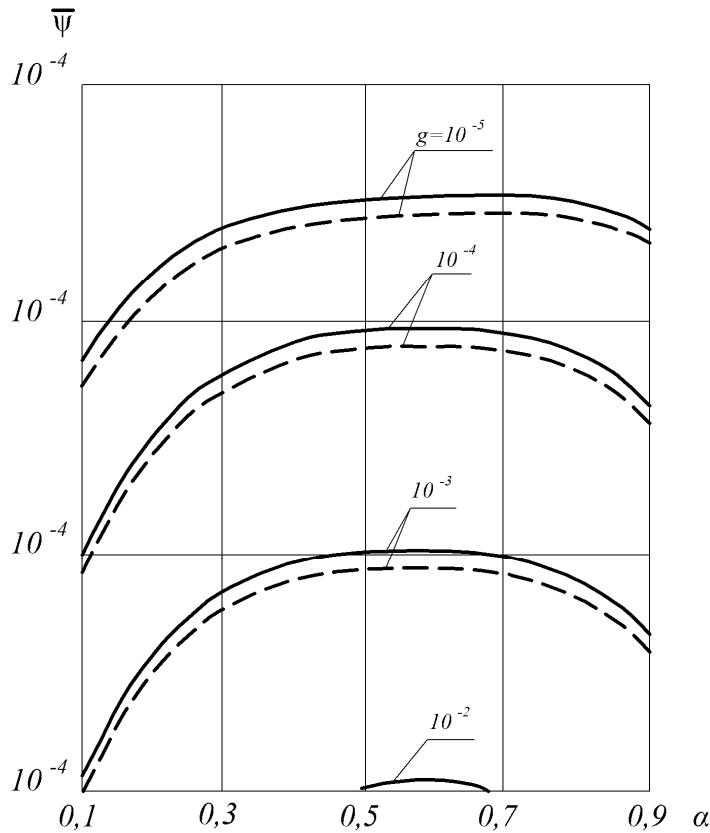


Рис. 4. Влияние коэффициента армирования на характеристику демпфирования

Полученные результаты показывают наличие оптимальных параметров покрытий, обеспечивающих максимум демпфирования в исследуемой конструкции, величина и положение которой существенно зависит от кривизны несущей оболочки и параметра сдвига  $g$ . Проведенные численные исследования показали, что независимо от геометрии несущей панели, внутреннее расположение покрытий является более эффективным, так как при этом увеличивается кривизна слоев покрытий и сдвиговые деформации мягких слоев, приводящие к увеличению диссипации энергии при динамическом воздействии.

### Заключение

В работе представлена математическая модель, описывающая динамику многослойных панелей различной конфигурации, которые находят применение в качестве конструктивных элементов широкого спектра специзделий различного назначения и существенным образом определяющих надежность этих изделий.

Предложенная модель позволяет на этапе проектирования специзделий выполнить теоретическое моделирование динамических процессов, происхо-



дящих в их многослойных элементах и обеспечить требуемую виброустойчивость в режимах их эксплуатации.

#### **Список литературы**

1. Динамика гетерогенных структур. Моделирование гетерогенных структур преобразователей информации ракетно-космических систем / В. А. Васильев, Н. И. Волчихина, В. В. Смогунов ; под общ. ред. В. В. Смогунова. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2004. – 468 с.
2. **Гадымов, Г. П.** Композиционные материалы в ракетно-космическом аппаратоостроении / Г. П. Гадымов, Е. В. Мешков и др. : под общ. ред. Г. П. Гадымова. – СПб. : СпецЛит, 1999. – 271 с.
3. **Литвинов, А. Н.** Моделирование динамических процессов в изделиях приборостроения : моногр. / А. Н. Литвинов – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2011. – 196 с.
4. **Литвинов, А. Н.** Эффективность демпфирования оболочек при помощи многослойных покрытий / А. Н. Литвинов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Сер. Технические науки. – 2005. – № 5. – С. 178–191.
5. **Артамонов, Д. В.** Динамика конических оболочек с многослойными покрытиями / Д. В. Артамонов, А. Н. Литвинов, М. А. Литвинов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2012. – № 4. – С. 135–144.
6. **Литвинов, А. Н.** Исследование эффективности вибродемпфирования цилиндрических оболочек многослойными покрытиями / А. Н. Литвинов // Надежность и качество : тр. междунар. симп. : в 2 т. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2005. – Т. 2. – С. 127–129.
7. **Литвинов, А. Н.** Методы расчета эффективности применения гетерогенных вибродемпфирующих покрытий для несущих конструкций сложной формы / А. Н. Литвинов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2009. – № 4. – С. 160–171.

#### **References**

1. Dinamika geterogennykh struktur. Modelirovaniye geterogennykh struktur preobrazovateley informatsii raketno-kosmicheskikh sistem / V. A. Vasil'yev, N. I. Volchikhina, V. V. Smogunov ; pod obshch. red. V. V. Smogunova. – Penza : Izd-vo Penz. gos. un-ta, 2004. – 468 s.
2. **Gadymov, G. P.** Kompozitsionnyye materialy v raketno-kosmicheskom apparatostroyenii / G. P. Gadymov, Ye. V. Meshkov i dr. : pod obshch. red. G. P. Gadymova. – SPb. : SpetsLit, 1999. – 271 s.
3. **Litvinov, A. N.** Modelirovaniye dinamicheskikh protsessov v izdeliyakh priborostroyeniya : monogr. / A. N. Litvinov – Penza : Izd-vo Penz. gos. un-ta, 2011. – 196 s.
4. **Litvinov, A. N.** Effektivnost' dempfirovaniya obolochek pri pomoshchi mnogoslonykh pokrytiy / A. N. Litvinov // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Ser. Tekhnicheskkiye nauki. – 2005. – № 5. – S. 178–191.
5. **Artamonov, D. V.** Dinamika konicheskikh obolochek s mnogoslonymi pokrytiyami / D. V. Artamonov, A. N. Litvinov, M. A. Litvinov // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskkiye nauki. – 2012. – № 4. – S. 135–144.
6. **Litvinov, A. N.** Issledovaniye effektivnosti vibrodempfirovaniya tsilindrisheskikh obolochek mnogoslonymi pokrytiyami / A. N. Litvinov // Nadezhnost' i kachestvo : tr. mezhdunar. simp. : v 2 t. – Penza : Izd-vo PGU, 2005. – T. 2. – S. 127–129.

7. **Litvinov, A. N.** Metody rascheta effektivnosti primeneniya geterogennykh vibrodempfiruyushchikh pokrytiy dlya nesushchikh konstruktsiy slozhnoy formy / A. N. Litvinov // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskije nauki. – 2009. – № 4. – S. 160–171.

---

**Артамонов Дмитрий Владимирович**

кандидат технических наук, профессор,  
кафедра автономных информационных  
и управляющих систем, Пензенский  
государственный университет  
(г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: [dvamrcpk@pnzgu.ru](mailto:dvamrcpk@pnzgu.ru)

**Artamonov Dmitry Vladimirovich**

Candidate of engineering sciences,  
professor, sub-department of autonomous  
information and control systems,  
Penza State University  
(Penza, 40 Krasnaya str.)

**Литвинов Максим Александрович**

аспирант, Пензенский  
государственный университет  
(г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: [pyr@pnzgu.ru](mailto:pyr@pnzgu.ru)

**Litvinov Maxim Alexandrovich**

Postgraduate student,  
Penza State University  
(Penza, 40 Krasnaya str.)

**Литвинов Александр Николаевич**

доктор технических наук, профессор,  
кафедра теоретической и прикладной  
механики, заместитель декана  
факультета заочного обучения,  
Пензенский государственный  
университет (г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: [pyr@pnzgu.ru](mailto:pyr@pnzgu.ru)

**Litvinov Alexander Nikolaevich**

Doctor of engineering sciences, professor,  
sub-department of theoretical and applied  
mechanics, vice-dean of the faculty  
of correspondence education,  
Penza State University  
(Penza, 40 Krasnaya str.)

---

УДК 539.2: 534.833

**Артамонов, Д. В.**

**Динамика конструктивных элементов изделий в виде слоистых панелей** / Д. В. Артамонов, М. А. Литвинов, А. Н. Литвинов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2013. – № 1 (25). – С. 58–67.